

**Систематизация знаний
учащихся по математике при
подготовке в итоговой
аттестации (ОГЭ, ЕГЭ)**

Мусихина Ирина Васильевна

старший преподаватель

кафедры теории и методики обучения математике

Пермского государственного

гуманитарно-педагогического университета

Кодификаторы и спецификация КИМ

<http://www.fipi.ru> -

Федеральный институт педагогических измерений

11 класс

-  1-Базовая
-  2-Профильная
-  МА_КТ_2018.pdf
-  МА_КЭС_2018.pdf

9 класс

-  МА_ОГЭ_ДЕМО_2018.pdf
-  МА_ОГЭ_КТ_2018.pdf
-  МА_ОГЭ_КЭС_2018.pdf
-  МА_ОГЭ_СПЕЦИФ_2018.pdf
-  Справочные материалы ОГЭ.pdf

-  МА_ДЕМО_2018_базовый.pdf
-  МА_СПЕЦ_2018_базовый.pdf
-  Справочные материалы для базового ЕГЭ.pdf

<http://alexlarin.net>

Образовательный портал для подготовки к экзаменам

<https://ege.sdamgia.ru>

<https://math-oge.sdamgia.ru>

<http://4ege.ru>

<http://egetrener.ru> ЕГЭ-Тренер

Основные содержательные линии

- Числа и числовые выражения
 - Элементы статистики (диаграммы, таблицы, графики)
 - Буквенные выражения
 - Уравнения
 - Неравенства
 - Функции
 - Элементы теории вероятностей
 - Геометрия
- * Практико-ориентированные задачи

Числа и числовые выражения

- Действия с числами

Приемы рационального счета

- Формулы сокращенного умножения
- Свойства степеней, корней, логарифмов
- Формулы тригонометрии ...

ЕГЭ Задание № 19

В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1, a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- Приведите **пример** такой последовательности.
- Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
- Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Например, приведена последовательность
1, 2, 3, 0, 5, - 2, 7, - 4, ..., 233, - 230, 235.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Сравнение чисел

- 1) Оценка разности
 - 2) Расположение чисел на числовой прямой
 - 3) Применение свойств числовых неравенств
 - 4) Сравнение с третьим числом
 - 5) Специальные приемы для определенного вида чисел
- *Применение свойств функций (графиков функций)

Сравнение с третьим числом

1) $\log_3 8 < 2 < \log_2 5$

Сравнение с третьим числом

1) $\log_3 8 < 2 < \log_2 5$

2) сравнение с 0,5

$$\frac{6}{13} < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{13} < \frac{3}{5}$$

Сравнение с третьим числом

1) $\log_3 8 < 2 < \log_2 5$

2) сравнение с 0,5

$$\frac{6}{13} < \frac{1}{2}, \frac{1}{2} < \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{13} < \frac{3}{5}$$

3) дополнение до 1

$$A = \frac{1998}{1999}$$

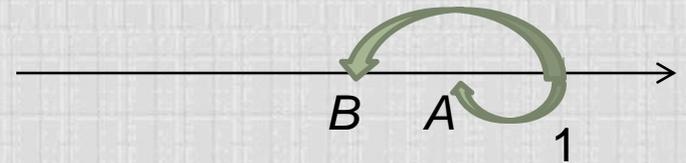
$$B = \frac{1995}{1996}$$

$$1 - \frac{1998}{1999} = \frac{1}{1999}$$

$$1 - \frac{1995}{1996} = \frac{1}{1996}$$

$$\frac{1}{1999} < \frac{1}{1996}$$

$$\frac{1998}{1999} > \frac{1995}{1996}$$



Расположите в порядке возрастания числа

$$3, \log_3 10, -2, \log_{0,5} 7$$

1 способ. Аналитический:

1) определить знаки:

$$-2 < 0; \quad \log_{0,5} 7 < 0$$

$$3 > 0; \quad \log_3 10 > 0$$

Расположите в порядке возрастания числа

$$3, \log_3 10, -2, \log_{0,5} 7$$

1 способ. Аналитический:

1) определить знаки:

$$-2 < 0; \quad \log_{0,5} 7 < 0$$

$$3 > 0; \quad \log_3 10 > 0$$

2) Представить в виде логарифмов с одинаковым основанием и сравнить

$$-2 = \log_{0,5} 4$$

$$3 = \log_3 10$$

$$\log_{0,5} 4 > \log_{0,5} 7$$

$$\log_3 27 > \log_3 10$$

$$-2 > \log_{0,5} 7$$

$$3 > \log_3 10$$

Ответ: $\log_{0,5} 7$, -2 , $\log_3 10$, 3

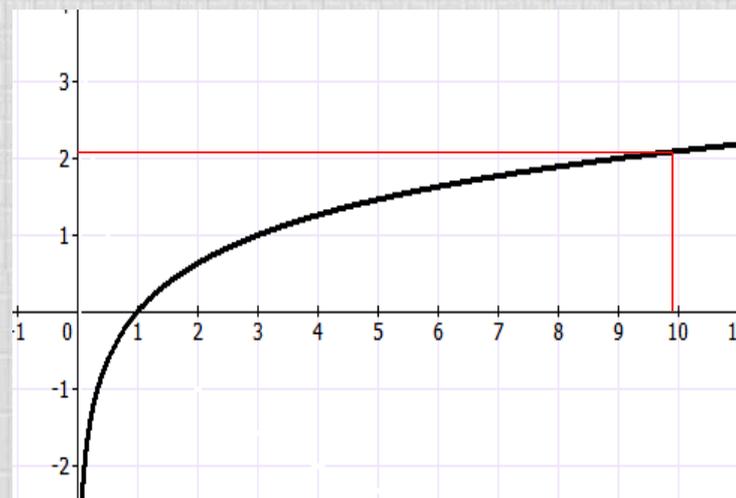
Расположите в порядке возрастания числа

$$3, \log_3 10, -2, \log_{0,5} 7$$

2 способ. Сравнить с целыми числами

$$-3 < \log_{0,5} 7 < -2$$

$$2 < \log_3 10 < 3$$



$$\log_{0,5} 7 < -2 < \log_3 10 < 3$$

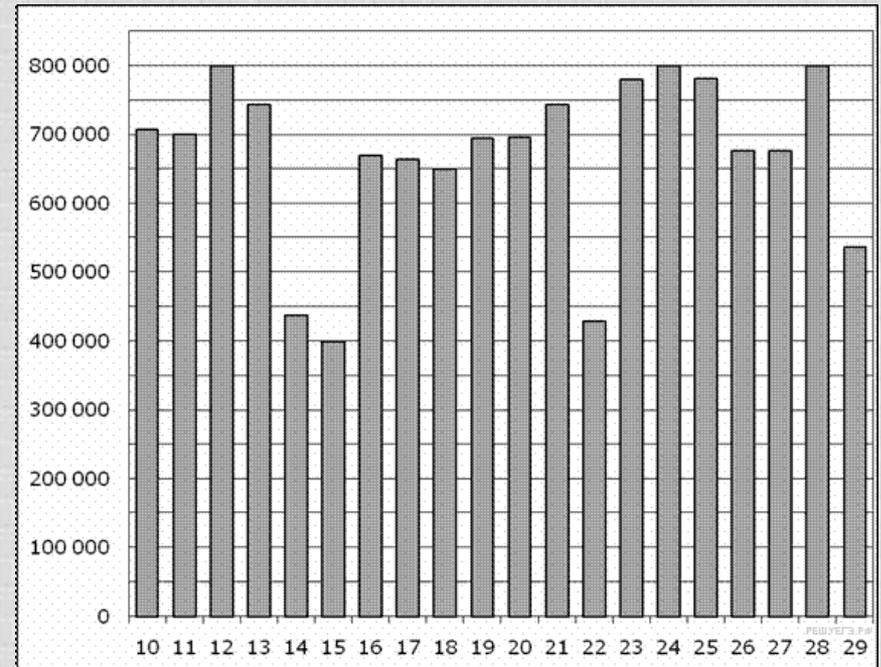
Элементы статистики

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов. Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 5,35 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

$$5,0 < 5,35 < 5,5$$

Определите по диаграмме

- 1) какого числа количество посетителей было
- *наименьшим* (наибольшим)
- за указанный период (с 13 по 20);
- 2) - наибольшее (наименьшее) количество посетителей;
- разницу между наибольшим и наименьшим количеством посетителей;
- 3) количество дней, когда количество посетителей было наибольшим.

Буквенные выражения

Найти значение величины по формуле

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объем V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Выразить из формулы ...

Выразите S из формулы $R = \frac{abc}{4S}$

$$\frac{R}{1} = \frac{abc}{4S}$$

Буквенные выражения

Упростите выражение и найдите его значение

$$\left((x+y)^2 + (x-y)^2 \right) : \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \quad \text{при } x = \sqrt{7} - 1, y = \sqrt{7} + 1$$

$$\frac{x^{16} \cdot x^6}{x^{17}} \quad \text{при } x = 9$$

$$\frac{6x}{9x^2 - 4} - \frac{1}{3x + 2} \quad \text{при } x = 4$$

$$\frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4 \quad \text{при } x = 16$$

Уравнения

Виды уравнений:

- *Линейные*
 - *Квадратные*
 - *Целые рациональные*
 - *Дробные рациональные*
 - *Иррациональные*
 - *Тригонометрические*
 - *Показательные*
 - *Логарифмические*
- * *Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля*

Методы решения:

- *Разложение на множители*
- *Замена переменной*
- *Графический*
- *Применение свойств функции*
- *Специфические для определенного вида*

Уметь решать уравнения и неравенства

Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите **больший** из корней.

$$\sqrt{6+5x} = x,$$

$$6+5x = x^2,$$

$$x = -1 \text{ или } x = 6$$

Ограничения для x

условие существования
квадратного корня

$$6+5x \geq 0,$$

$$x = 6$$

условие существования
корня уравнения

$$-x \geq 0,$$

$$x \leq 0$$

$$x = -1$$

Ответ: - 1

Уметь решать уравнения и неравенства

Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4} = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите **меньший** из корней.

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = 2 \text{ или } x = 4$$

Ограничения для x

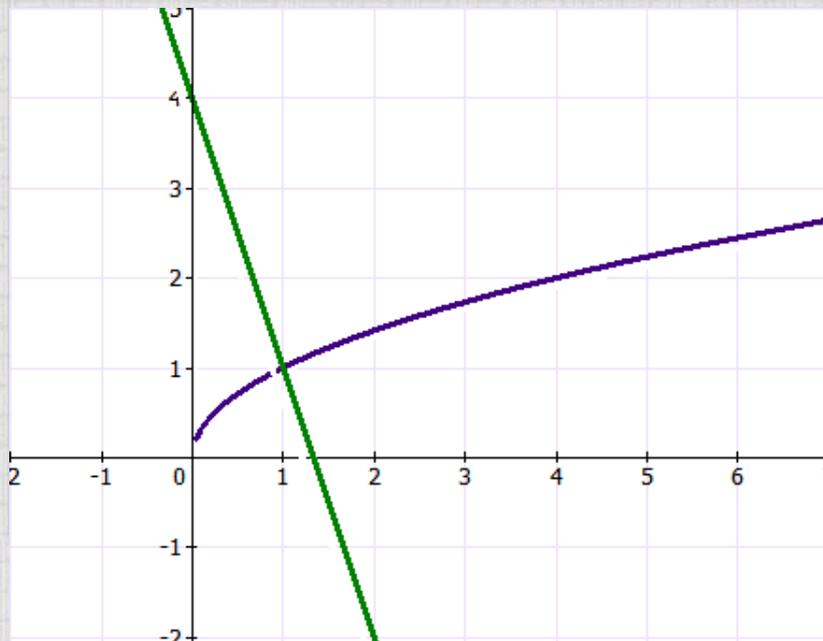
условие существования дроби:

$$x^2 - 4 \neq 0$$

$$x \neq -2 \text{ и } x \neq 2$$

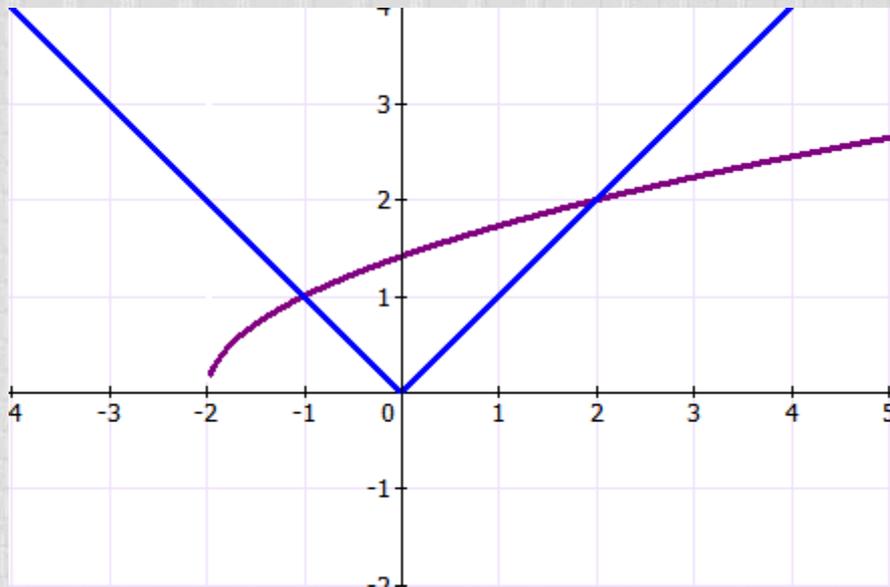
Ответ: 4

Графический метод решения уравнений



$$\sqrt{x} = 4 - 3x$$

Графический метод решения уравнений



$$\sqrt{x+2} = |x|$$

13. Уметь решать уравнения и неравенства

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

	1 ситуация	2 ситуация	3 ситуация
Уравнение	Решено	Решено	Корни изображены на окружности верно, но записаны с ошибкой, или <u>допущена ошибка, которая не повлияла на выбор корней</u>
Отбор корней	Обоснован	Не обоснован или с ошибками	Верный отбор корней по окружности
	2 балла	1 балл	1 балл

Пример.

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\pi\right]$

Решение. а) $\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = 0$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \qquad x = \pi n$$

№ 13 ЕГЭ

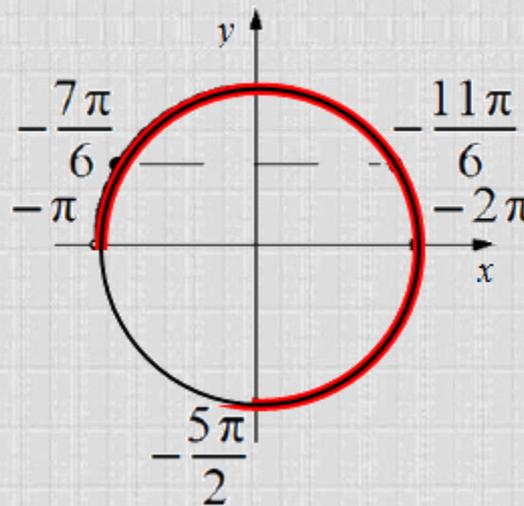
а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\pi\right]$

Решение. а) $\sin x = \frac{1}{2}$ или $\sin x = 0$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \quad x = \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \quad \text{или} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$$



Способы отбора корней тригонометрических уравнений

1) Арифметический способ

- *непосредственная подстановка корней в уравнение и имеющиеся ограничения;*
- *перебор значений целочисленного параметра и вычисление корней*

2) Алгебраический способ

- *решение неравенства относительно неизвестного целочисленного параметра и вычисление корней*
- *исследование уравнения с двумя целочисленными параметрами*

3) Геометрический способ

- *отбор корней тригонометрического уравнения на единичной окружности*
- *отбор корней тригонометрического уравнения на числовой прямой*

4) Функционально-графический способ

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку.

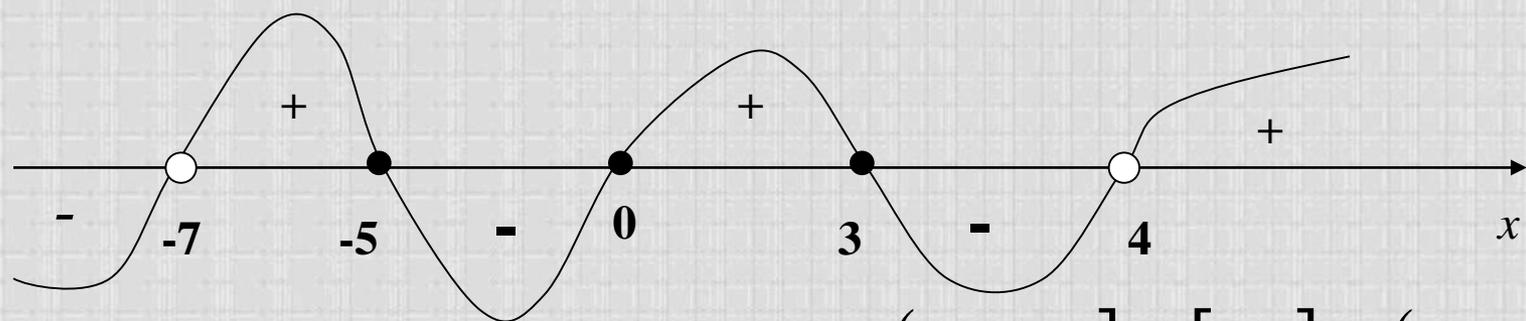
Уравнение	Отрезок
$\sqrt{\cos^2 5x - 10\cos 5x + 25} - \sqrt{(7\cos 5x - 10)^2} = -8$	$[0,5\pi; 2\pi)$
$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$	$[\pi; 2,5\pi]$
$2^{4\cos x} + 3 \cdot 2^{2\cos x} - 10 = 0$	$[\pi; 2,5\pi]$
$2\log_9^2 x - 3\log_9 x + 1 = 0$	$[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$
$8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0$	$[\log_2 5; \log_2 11]$

Неравенства

- Линейные
- Рациональные
- Показательные
- Логарифмические

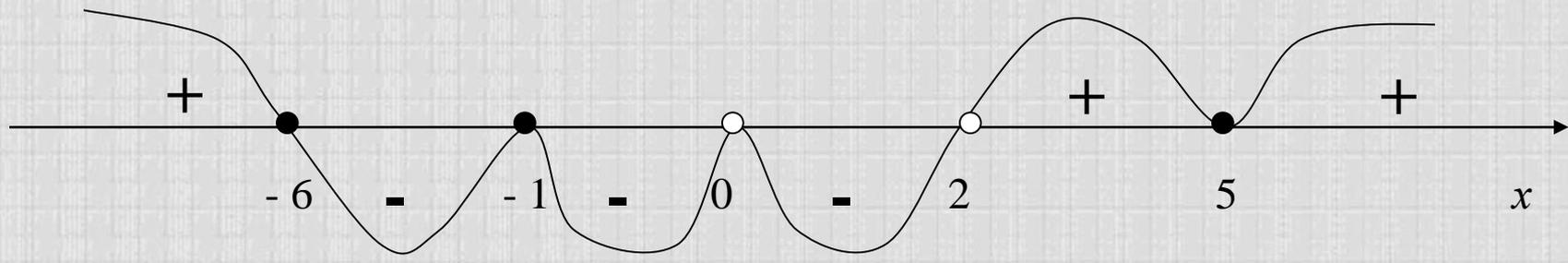
*Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля

Решите неравенство: $\frac{(x-3)(x+5)x}{(x-4)(x+7)} \geq 0$



$$x \in (-7; -5] \cup [0; 3] \cup (4; +\infty)$$

Решите неравенство: $\frac{4(x-5)^2(x+6)^3(x+1)^4}{x^6(x-2)^5} \leq 0$



$$x \in [-6; 0) \cup (0; 2) \cup \{5\}$$

№17 ЕГЭ

Уметь решать уравнения и неравенства

Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
2	

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « $<$ » вместо « \leq », или наоборот.

Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства **не имеет смысла**, то следует выставлять оценку «0 баллов».

Элементы теории вероятностей

- Определение
- Правило сложения, правило умножения
- Законы и формулы

Метод перебора

*Симметричную монету подбрасывают три раза.
Какова вероятность, что «орел» выпадет ровно два
раза?*

О	О	О	О	Р	Р	Р	Р
О	О	Р	Р	О	О	Р	Р
О	Р	О	Р	О	Р	О	Р

Всего:

благоприятных:

Метод перебора

Симметричную монету подбрасывают три раза. Какова вероятность, что «орел» выпадет ровно два раза?

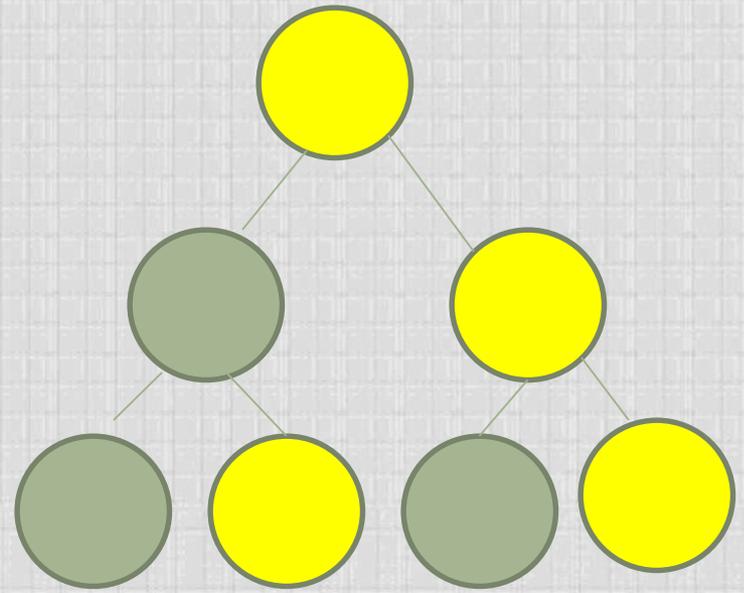
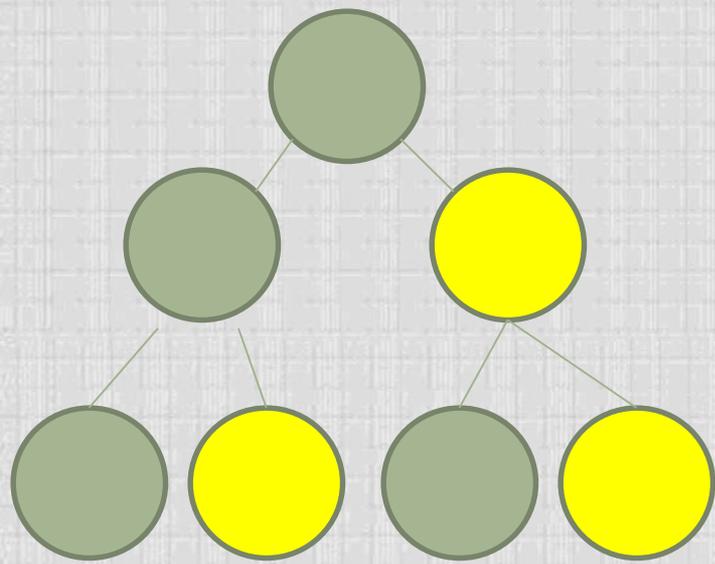
О	О	О	О	Р	Р	Р	Р
О	О	Р	Р	О	О	Р	Р
О	Р	О	Р	О	Р	О	Р

Всего: 8

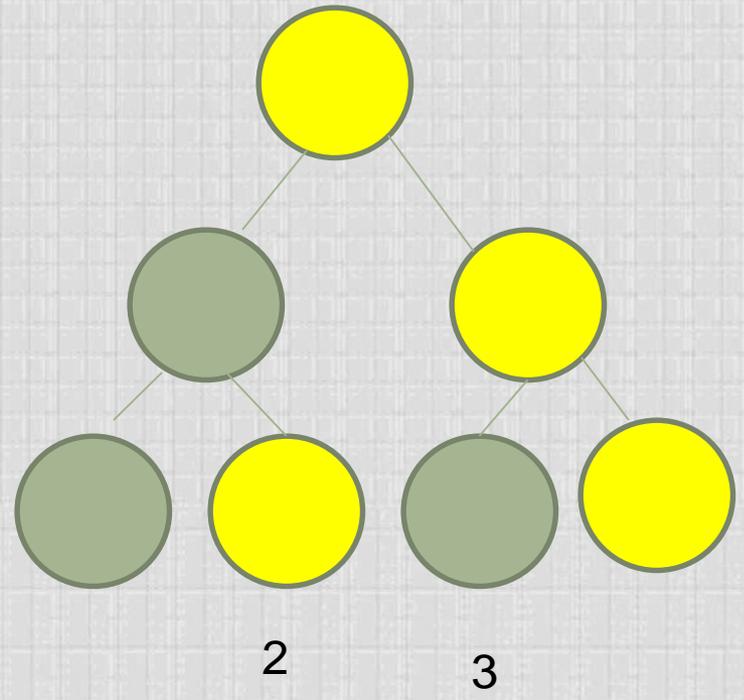
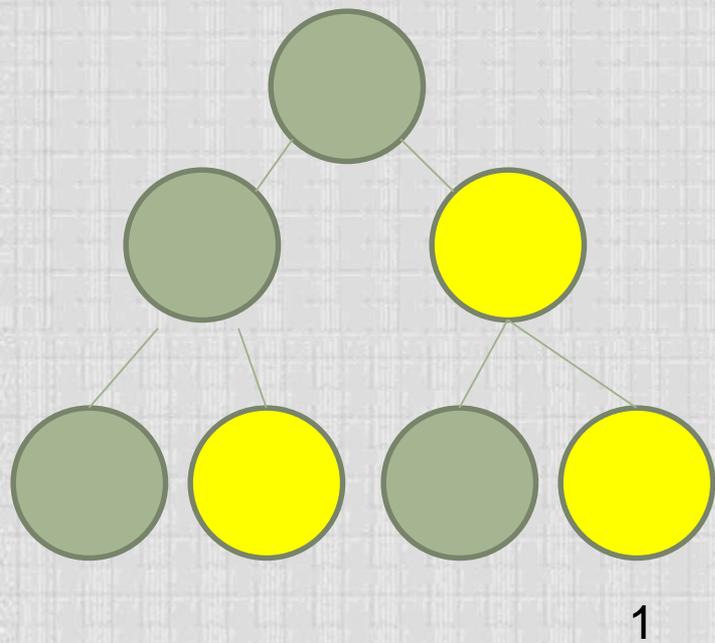
благоприятных: 3

Вероятность: $\frac{3}{8}$

Применение графа (дерево возможных вариантов)



Применение графа (дерево возможных вариантов)

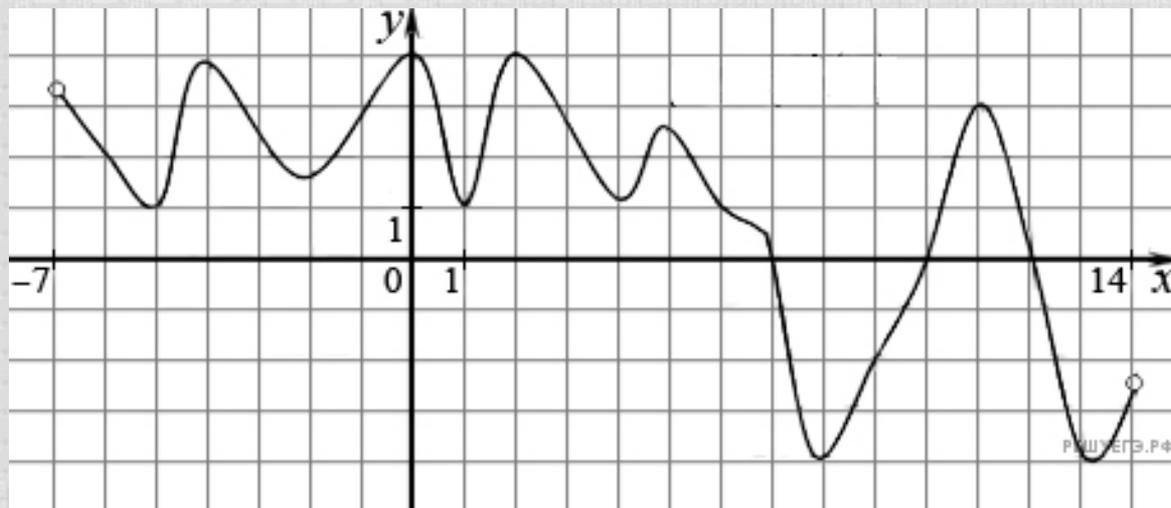


Функции

- Свойства функций
 - Виды графиков
 - Формулы
 - Преобразования графиков...
-
- Производная и ее приложения
 - Первообразная и ее приложения
 - Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

Функции

Уметь выполнять действия с функциями



Условия

На рисунке изображен

- 1) график функции,
 - 2) график производной функции,
- определенной на интервале $(-7; 14)$.
Найдите ... отрезке $[-6; 9]$.

Геометрия

Площадь трапеции равна 320, длина средней линии трапеции равна 20. Найдите отношение радиусов описанной и вписанной окружностей

! Работа с условием задачи

Геометрия

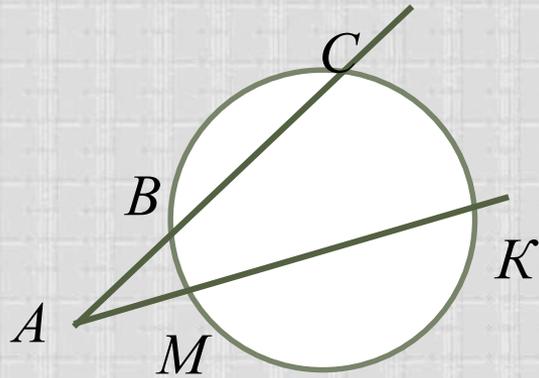
Площадь трапеции равна 320, длина средней линии трапеции равна 20. Найдите отношение радиусов описанной и вписанной окружностей

- Трапеция
- Средняя линия трапеции
- Площадь трапеции
- Вписанная окружность
- Описанная окружность
- Радиус
- Условие существования вписанной окружности для четырехугольника
- Условие существования описанной окружности для четырехугольника...

- Свойство биссектрисы внутреннего угла параллелограмма (трапеции)
- Расположение центров двух окружностей и их точки касания
- Свойство биссектрисы внутреннего угла треугольника
- Свойство дуг окружности, заключенных между параллельными хордами
- Свойство отрезков касательных проведенных из одной точки
- ...

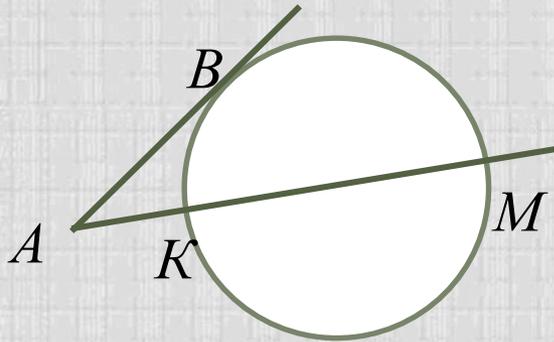
Углы!

Отрезки секущих



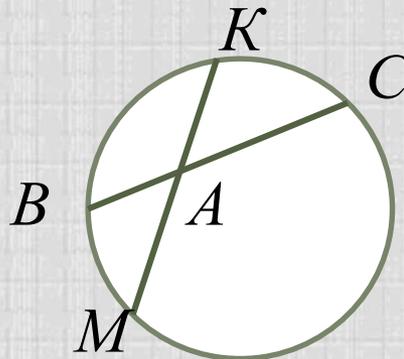
$$AM \cdot AK = AB \cdot AC$$

Отрезки касательной и секущей



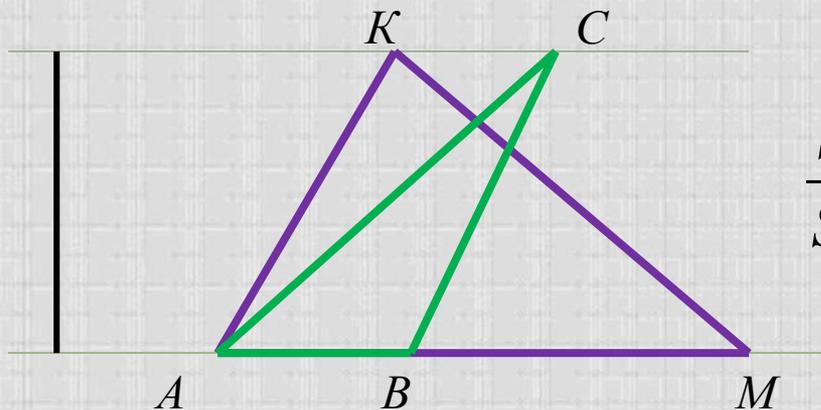
$$AM \cdot AK = AB^2$$

Отрезки хорд

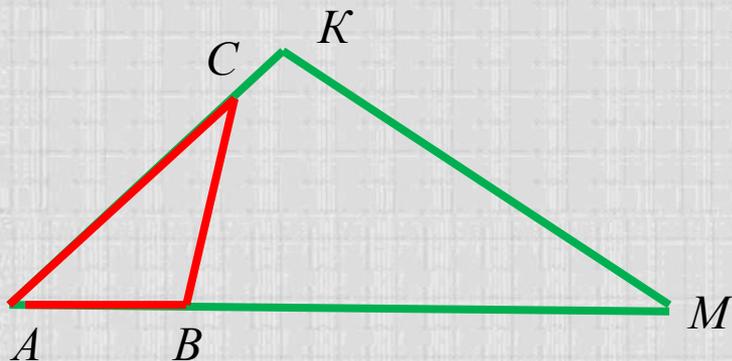


$$AM \cdot AK = AB \cdot AC$$

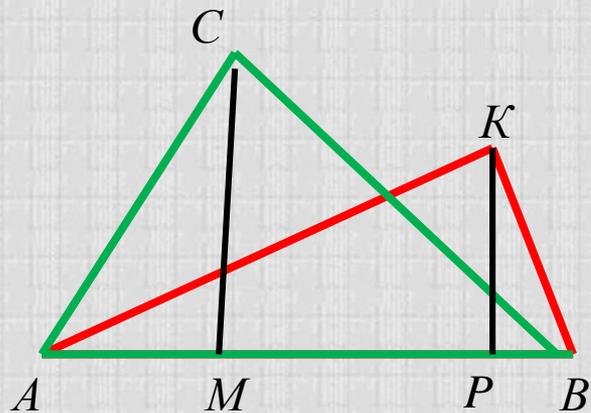
Свойства площадей



$$\frac{S_{ABC}}{S_{AKM}} = \frac{AB}{AM}$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{AKM}} = \frac{AB \cdot AC}{AM \cdot AK}$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{AKM}} = \frac{CM}{KP}$$

*Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус описанной окружности*

$$a=12, b=13, c=5$$

$$a=12, b=13, c=15$$

*Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус описанной окружности*

$$a=12, b=13, c=5$$

$$a=12, b=13, c=15$$

Метод площадей: $S = \frac{abc}{4R}$

Применение теоремы синусов:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус описанной окружности

$$a=12, b=13, c=5$$

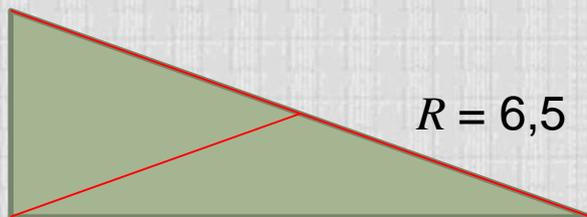
$$a=12, b=13, c=15$$

Метод площадей: $S = \frac{abc}{4R}$

Применение теоремы синусов:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Определить вид треугольника



*Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус вписанной окружности*

$$a=12, b=13, c=5$$

$$a=12, b=13, c=15$$

*Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус вписанной окружности*

$$a=12, b=13, c=5$$

$$a=12, b=13, c=15$$

Метод площадей: $S = \frac{1}{2} Pr$

*Для любого многоугольника,
в который вписана окружность*

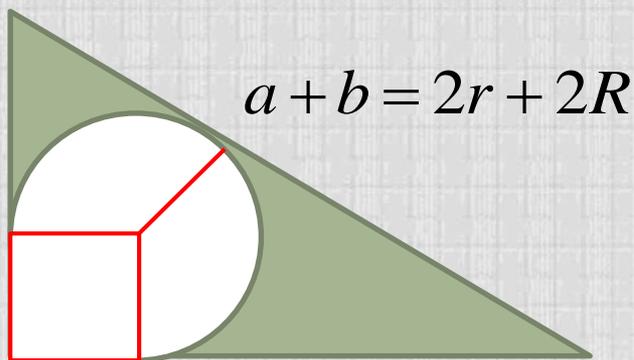
Дан треугольник со сторонами a, b, c .
Найдите радиус вписанной окружности

$$a=12, b=13, c=5$$

$$a=12, b=13, c=15$$

Метод площадей: $S = \frac{1}{2} Pr$

Определить вид треугольника



$$12 + 5 = 2r + 13$$

$$r = 2$$

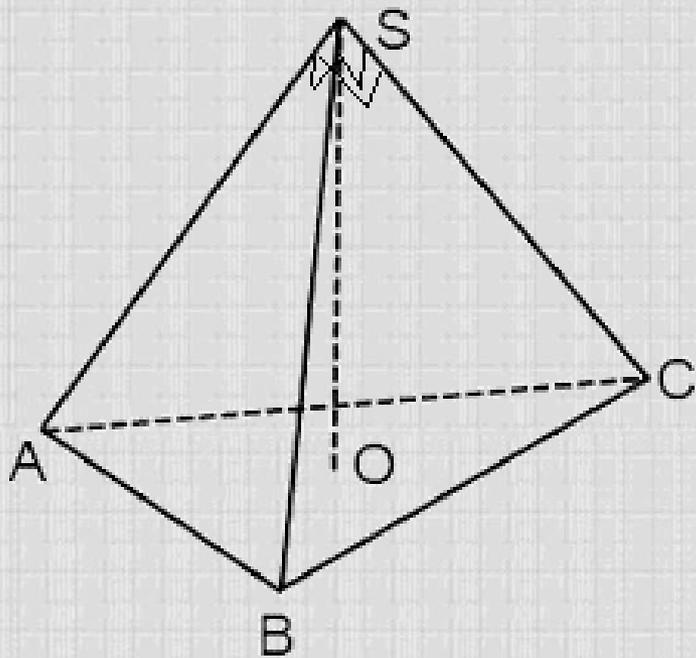
16. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
	<i>Максимальный балл</i>
	2

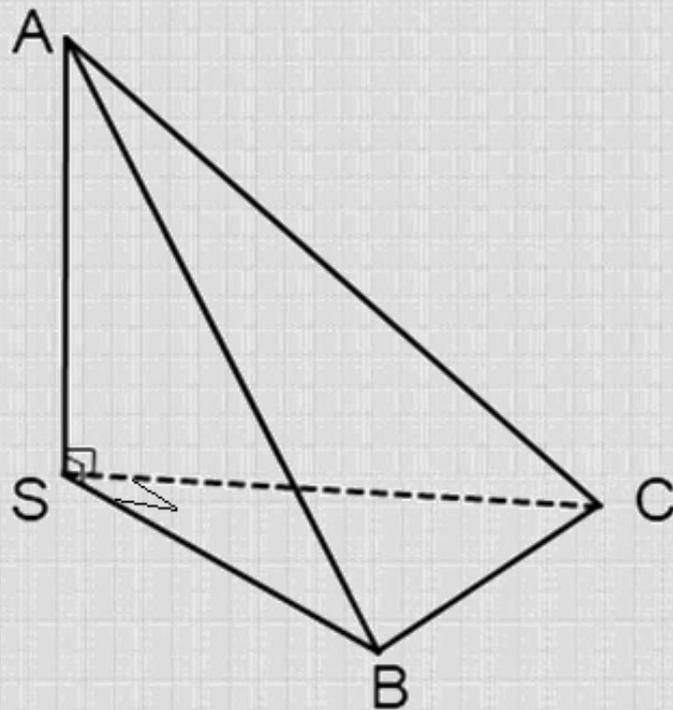
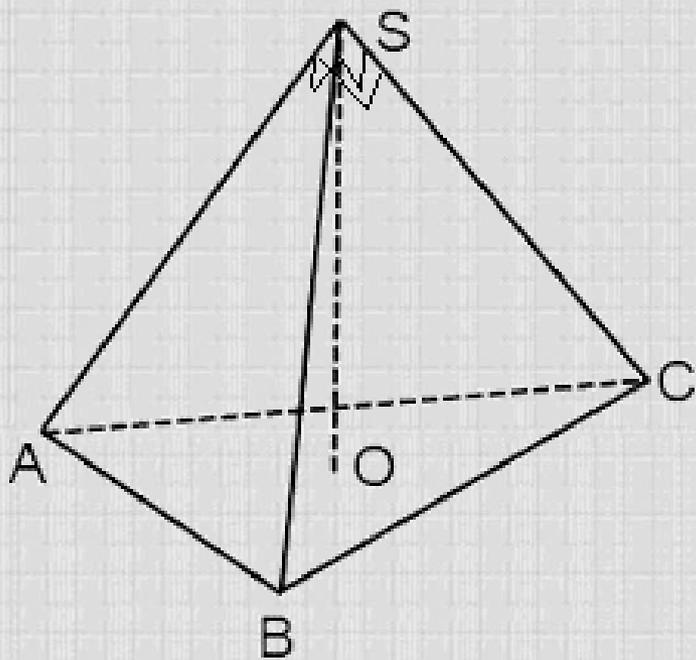
Метод площадей: $S = \frac{1}{2} Pr$

Метод объемов: $V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} S_{\text{полн.пов.}} \cdot r$

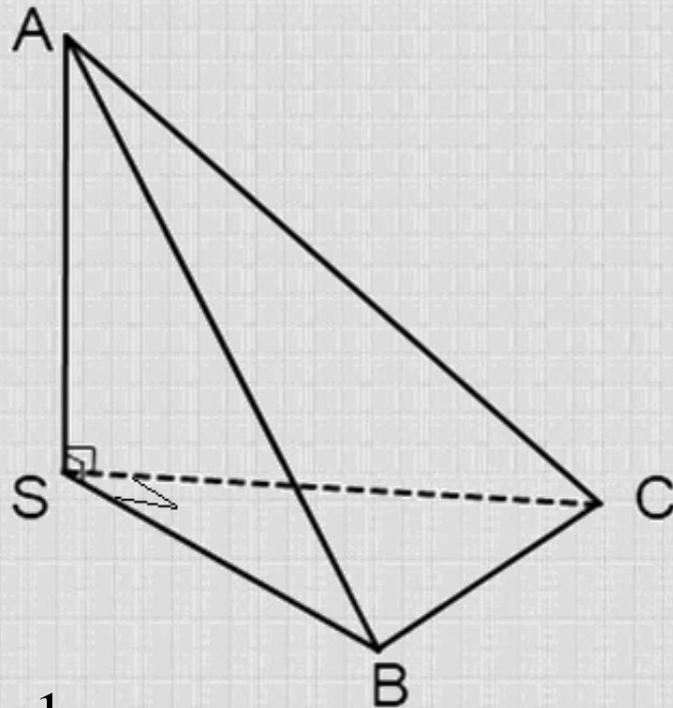
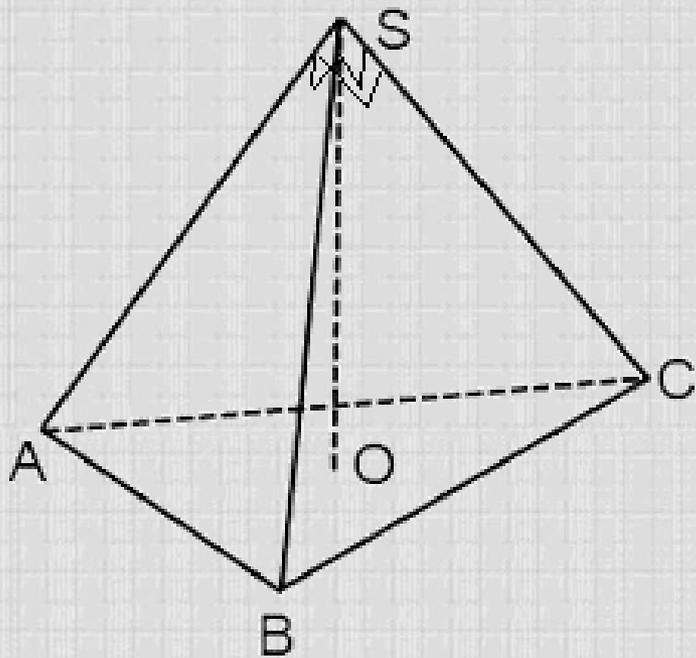
В треугольной пирамиде $SABC$ все плоские углы при вершине S прямые. Найдите расстояние от вершины S до основания, если ...



В треугольной пирамиде $SABC$ все плоские углы при вершине S прямые. Найдите расстояние от вершины S до основания, если ...



В треугольной пирамиде $SABC$ все плоские углы при вершине S прямые. Найдите расстояние от вершины S до основания, если ...

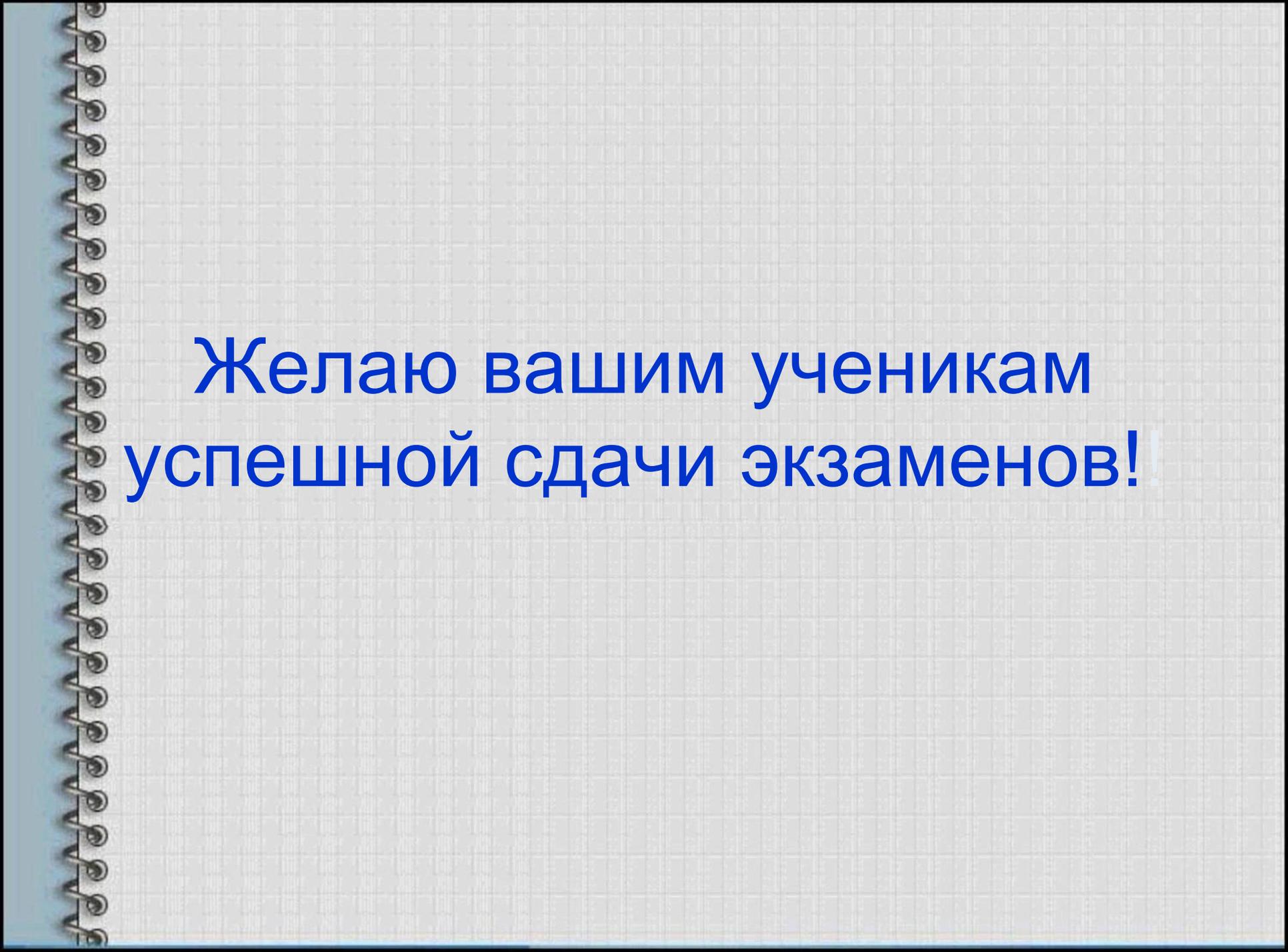


$$V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h$$

18. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

A spiral-bound notebook with a light blue cover and a white grid pattern. The spiral binding is on the left side. The text is written in blue on the grid paper.

Желаю вашим ученикам
успешной сдачи экзаменов!!